COLECCION ANDI
Jubilación - AV
Ref ANDI
$ 745

Asociacion Nacional de Industriales

ANDI

UN MODELO MATEMATICO PARA EL CALCULO ACTUARIAL DE JUBILACIONES

Gabriel Poveda Ramos

BIBLIOTECA ANDI
MEDELLIN - COLOMBIA
1965

Gabriel Poveda Ramos

La Asociación Nacional de Industriales por medio de este folleto entrega a sus Miembros el trascendental estudio realizado por el Ingeniero Gabriel Poveda Ramos, Jefe del Departamento Técnico de la Andi, intitulado «Un modelo Matemático para el Cálculo Actuarial de Jubilaciones».

Este trabajo fue presentado al III Congreso Nacional de Matemáticas que le atribuyó especial interés. La Andi lo ofrece a las empresas afiliadas en la seguridad de que constituye un elemento de gran utilidad para el estudio de los problemas básicos de esta prestación social y para el cálculo de las reservas que deben ampararla.

Medellín, Septiembre de 1965

CALCULO ACTUARIAL DE JUBILACIONES

1.- Fondo de Agotamiento. Muchos problemas financieros se refieren a un fondo del cual se retira periódicamente una suma Q, formado por un depósito inicial F_o, y a cuyos saldos al fin del período se abonan intereses al tipo r (o sea 100r por ciento). Si F_n es el saldo remanente al término del N° período, satisface la ecuación en diferencias finitas

$$F_{n+1} = F_n - Q + F_n r$$

o bien

$$F_{n+1} - (1 + r) F_n = -Q$$

cuya solución general es la suma del término complementario f_n que obedece a

$$f_{n+1} - (1+r) f_n = O$$

o sea $f_n = (1+r)^n$; y de una constante C, que en este caso vale C = Q/r. Es decir:

$$F_n = A(1+r)^n + Q/r.$$

Según la condición inicial (valor F_o), $A = F_o - Q/r$; de modo que

$$F_n = F_o (1 + r)^n - \left[(Q/r)\right]\left[(1+r)^n - 1\right]$$

Esta expresión representa una sucesión decreciente y finita debido a la obvia condición $F_n \geqslant 0$. Si el fondo se agota exactamente en K períodos completos, esto es

$$F_k = 0 = F_o (1 + r)^k - (Q/r) \left[(1 + r)^k - 1\right]$$

y

$$(1.1) \qquad F_o = Q.a(k,r)$$

en donde

$$a(k,r) = \left[1 - (1+r)^{-k}\right]/r$$

Esta función se encuentra tabulada en los manuales de matemáticas financieras para tipos de interés (r) desde 2% anual, generalmente

hasta 8% anual. Para tasas más altas, pueden construirse las tablas en un computador electrónico. Para cálculos de jubilación, los valores de k van de 10 a 25 años, que corresponden a la esperanza de vida a las edades entre 45 y 60 años, que son las usuales de retiro.

Dentro de un margen de tolerancia, puede usarse el valor

$$(1.2)\quad k-k(k-1)r/2+k(k-1)(k-2)r^2/6-k(k-1)(k-2)(k-3)/24$$

como aproximación para a(k,r), cuando no se dispone de tablas o su uso es excesivamente dispendioso. El error cometido h es positivo (por exceso) y está acotado superior e inferiormente por

$$\binom{k}{5}-\binom{k}{6}r+\binom{k}{7}r^2-\binom{k}{8}r^3 < hr^{-4} < \binom{k}{5}-\binom{k}{6}r+\binom{k}{7}r^2$$

Como se ve el error es creciente con r y con k, y tiende a cero cuando uno u otro lo hace. Para tipos de interés menores de 10% anual ($r<0.10$), la acotación del error es

$$\binom{k}{5}-0.1\binom{k}{6}0.01\binom{k}{7}+0.001\binom{k}{8} < 10^4 h < \binom{k}{5}-0.1\binom{k}{6}+0.01\binom{k}{7}$$

El error, en todo caso no es siempre despreciable, pues en valor absoluto siempre es mayor o igual a 1 desde que $k\geqslant 5$.

En general, la expresión que debe usarse es (1.1) y solo por excepción puede admitirse una aproximación como (1.2)

2.- Reserva para jubilados. El fondo necesario para atender al pago de los N jubilados que ya están pensionados vale, según (1.1):

$$(2.1)\qquad \sum_{i=1}^{N} P_i\ a(e_i, r),$$

siendo P_i la pénsión anual del individuo "i^{o}" ($i=1,2...,N$).
Siendo que la edad de personas jubiladas es siempre superior a 50 años (salvo excepciones muy escasas), a la cual corresponde una vida media de 20.77 años * , las vidas medias son, en general, $e_i \leqslant 20$ años. Las investigaciones estadísticas en muchas empresas colombianas indican que unas 3/4 partes de los pensionados tienen más de 57 años de edad, y por lo tanto una vida media de menos de 15 años.

Las tasas de interés usuales en los cálculos, de acuerdo con el costo del dinero, son del 6 al 10% anual.

El cálculo de (2.1) puede hacerse directamente, ya sea en forma manual, usando las tablas corrientes; o en un computador, al cual puede dársele la instrucción de preparar los coeficientes a (k,e) como subrutina, así como la función e (x) que da la vida media

(*) Ver Tabla Colombiana de Mortalidad, 1.957.

e a la edad x, de acuerdo con la tabla colombiana de mortalidad.

Estadísticamente la expresión (2.1) puede interpretarse así: Sea $\emptyset$ (P,x) la función de densidad del conjunto de asegurados respecto a la pensión P y a la edad x. La reserva es, así,

$$R = N \int_{P_o}^{P^*} \int_{x=\alpha}^{x=w} P.\ \emptyset(P,x)\ a\ (\ e\ (\ x\ )\ ,r).\ dx.dP$$

en donde P_o es el mínimo de las pensiones anuales y P^* es el máximo; la edad α es la del pensionado más joven y w es la edad máxima a que pueda llegarse. Estos límites deben cumplir las siguientes acotaciones: $P_o > \$4.000$/año, según leyes de salario mínimo, y conforme a lo observado en muchas empresas; $P^* \leq \$36.000$/año, según ley; $\alpha \geqslant 50$ años para mujeres y 55 para hombres; $w < 100$ años, según tabla de mortalidad, y en muchos casos prácticos $w \leqslant 80$ años.

Después de analizar las colectividades de jubilados en muchas empresas colombianas puede decirse que prácticamente no hay correlación entre P y x, o bien que el coeficiente de correlación es prácticamente nulo por serlo la varianza conjunta

$$\iint \emptyset\ (P,x)\ (P-\bar{P})\ (x - \bar{x})\ dx,\ dP$$

En esas condiciones la función de densidad $\emptyset$ (P, x) resulta degenerada, es decir,

$$\emptyset\ (P,\ x) = f(P)\ g(x)$$

y la reserva se escribe

$$R = N \int_{P_o}^{P^*} P.f(P).dP \int_{\alpha}^{w} g(x)\ .\ a\ (e,r).\ dx$$

o bien

$$R = S \int g(x).\ a\ (e.r)\ dx = S.F(r)$$

en donde $S = N \int P.f\ (P).\ dP = N\ \bar{P} = \sum Pi$ es la suma de las pensiones anuales de los N. pensionados, y F(r) una función de r, positiva, decreciente y cóncava que en el origen (r = 0) es

$$F(0) = \lim_{r \to o} \int g(x) \left[1-(1+r)^{-e}\right] dx/r = \int e.g(x).dx = \bar{e}$$

o sea, el promedio de la vida media esperada, sobre los N pensionados, y expresado en años.

Para todo $r \geqslant o$,

$$F(r) = \int g(x) \left[e-(e+1)r/2! + (e+1)(e+2)r^2/3! - \ldots\right] dx > o$$

cuya primera derivada es

(*) Ver Tabla Colombiana de Mortalidad, 1.957.

$$F'(r) = -\int g(x)e(e+1)\left[1/2 - 2(e+2)r/3! + 3(e+2)(e+3)r^2/4!\ldots\right]dx < o$$

y su segunda derivada es

$$F''(r) = \int g(x)e(e+1)(e+2)\left[2/3! - 2x3(e+3)r/4! + 3x4\,(e+3)(2+4)/5! - \ldots\right]dx > o$$

Para el cálculo de estas integrales es necesario conocer la distribución de los pensionados de acuerdo con la edad, descrita por la función de densidad g(x), bien sea en forma tabulada numéricamente, o mediante una fórmula de aproximación. De todos modos, el valor de F(r) a las tasas recomendables (entre 6 y 10% anual) son menores que $\bar{e}$, cuyo valor suele estar entre los 12 y los 15 años. En varios cálculos hechos por el autor los valores de F(r) han resultado comprendidos entre 9.5 y 8.50 para valores de r entre 6 y 10%.

Al aplicar este procedimiento, debe incluirse en los cómputos el personal que ya ha cumplido las condiciones para jubilarse y que está aun trabajando en la empresa. En tal caso el valor de la pensión de jubilación P es función del salario anual S, siendo

$$P = \min(0.75\,S,\ M),$$

recordando que la ley fija un máximo M = $36.000 al año para dicha pensión, y en el caso de que la empresa no prevea concesiones extralegales para liquidar la pensión. Aunque la posibilidad de retiro de este personal es aleatoria, en los cálculos debe considerarsele como de factibilidad inmediata, siendo generalmente poco numeroso.

3.- Reserva para Retirados jubilables. En algunas empresas se da el caso de personas que se han retirado después de cierto tiempo de servicio T que les da derecho a reclamar una pensión P (al año) cuando alcancen cierta edad y. Si T es mayor o igual a 15 años y menor que 20, y = 60 años de edad; si $T \geqslant 20$ años, y es 55 para hombres y 50 para mujeres. En ambos casos la pensión de jubilación depende del salario S devengado en el último año servido:

$$P = \begin{cases} 0.75\,(T/20 \text{ años})\,S, & \text{si } 15 \text{ a.} \leqslant T < 20 \text{ a.} \\ 0.75\,S & \text{,'' } 20 \text{ a.} \leqslant T. \end{cases}$$

Una de las funciones descritas en la tabla de mortalidad es la llamada función de supervivencia, l_x, que para cada edad x es proporcional al número de individuos que sobreviven de una misma generación que desde que nace se ve expuesta a los riesgos de defunción dados por las probabilidades de defunción q_x que da la tabla para cada edad x. Evidentemente la probabilidad de que una persona de edad x sobreviva a la edad y es el cuociente ly/lx; y esta es, por

lo mismo, la probabilidad de que su pensión se haga exigible. Esto ocurriría al cabo de $y - x = n$ años.

La reserva R que es necesaria hoy para cada persona, valdrá

$$R(1 + r)^n$$

cuando se alcance el derecho, capitalizada con una tasa de interés r. En ese momento debe ser igual a la esperanza estadística de tener que pagar una pensión P vitalicia, es decir durante e_x años, que asciende a P. a(e,r). Por lo tanto las reservas totales son

$$(3.1) \qquad \sum_{1}^{N} P\, a(e,r)\, (l_{x+n} / l_x)\, (1+r)^{-n}$$

suma que se extiende a todos los N individuos que estén en estas condiciones, y que cuando se da el caso, son muy pocos. Por esto mismo n toma muy pocos valores, en razón de lo cual conviene disponer la expresión en la forma

$$\sum_{n} N_n (1+r)^{-n} \left[\sum_{x} P\, a(e,r) (l_{x+n} / l_x) \right]$$

siendo N_n el número de personas correspondientes a cada valor de n:

$$\sum_{n} N_n = N$$

En la práctica, se ha encontrado que estas reservas equivalen a un valor entre 5 y 8 veces mayor que la suma de las pensiones que van a pagarse.

4.- Reserva para personal en servicio. Este es el grupo más numeroso en todas las empresas, pero en la mayor parte de ellas menos de la mitad están a 20 años o menos de jubilarse. Esto se debe a la gran proporción de empleados jóvenes y a la rotación relativamente activa de personal en muchas empresas.

El diagrama anexo es una adaptación de lo que en demografía se denomina diagrama de Lexis-Vincent. construido para mostrar las relaciones entre la edad de ingreso (x_o), la antigüedad en el servicio (h), y la edad de cada persona. Llamemos y la edad actual; x la edad de jubilación; t_i la antigüedad actual; t_j la antiguedad de jubilación; n el número de años que faltan para jubilarse; y sea X la edad de 55 años en hombres y 50 en las mujeres; y sea

Evidentemente

$$t_i = y - x_o = a_i - a_o$$

$$t_j = x - x_o = a_j - a_o$$

$$n = t_j - t_i = x - y = a_j - a_i$$

Según la ley, las condiciones necesarias y suficientes para jubilarse, son, en general, $t_i = 20$ años y $x_j = X$. En el diagrama se alcanzan estas condiciones cuando la línea de duración en el servicio de cada persona toca la línea de jubilación. De aquí se deduce que entre edades, antigüedades y fechas hay las siguientes relaciones:

$$x = \begin{cases} X & , \text{ si } x_o \leqslant X - 20 \\ x_o + 20 & , \text{ '' } x_o \geqslant X - 20 \end{cases}$$

$$t_j = \begin{cases} X - x_o & , \text{ si } x_o \leqslant X - 20 \\ 20 & , \text{ '' } x_o \geqslant X - 20 \end{cases}$$

$$n = \begin{cases} X - y & , \text{ si } x_o \leqslant X - 20 \\ 20 - t_i & , \text{ '' } x_o \geqslant X - 20 \end{cases}$$

Como se ve, la edad de ingreso x_o es sumamente importante para establecer el número de años que faltan para jubilar a cada persona. Por las limitaciones legales sobre trabajo de menores es siempre $x_o > 15$ (años); y por obvias razones vitales $x_o < 60$ (años). En consecuencia la edad de jubilación es $X \leqslant x \leqslant 80$ (años); y la antigüedad para jubilarse es $20 \leqslant t_j \leqslant X - 15$ (años). Además es obvio que $n \leqslant 35$ (años).

Un elemento fundamental en este estudio es el conocimiento cuantitativo sobre la movilidad del personal. Para obtenerlo es necesario hacer un detallado análisis estadístico sobre los registros de retiros para establecer la propensión al retiro del personal en función de la antigüedad t y de la edad x: F(x,t). De tal manera, la probabilidad de que una persona se retire a edad entre x_1 y x_2 y con antigüedad entre t_1 y t_2 sería

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_{x_1}^{x_2} F(x,t).\, dx.dt$$

Ello sería posible también si se conociera la distribución del personal de acuerdo con la edad al ingreso y la función de permanencia en el trabajo. En la práctica se ha hallado posible usar una hipótesis simplificada que consiste en asumir que cada año se retira una cierta fracción p (o sea 100 p%) del personal que subsiste. Esto equivale a atribuir a la función de permanencia, la forma exponencial decreciente.

$$f(t) = A.e^{-p.t}$$

El parámetro p suele ser del orden del 5 al 10% anual en empresas grandes. De acuerdo con esto, la probabilidad de que una persona continúe al servicio de la empresa dentro de n años es muy aproximadamente igual a $(1-p)^n$.

Otro aspecto crítico del problema es el de la evolución de salarios en el futuro. Esquivando las problemáticas y difíciles proyecciones a que pudiera dar lugar una proyección adecuada, en la práctica es suficientemente razonable admitir que crecerán a un ritmo porcentual constante, a la tasa s, es decir, según una serie geométrica, cuyos términos crecen de uno a otro en 100 s por ciento.

En cuanto a la pensión que comenzará a devengar dentro de n años, al jubilarse, cada empleado será

$$(4.0) \qquad P = 0.75\, S\, (1+s)^n$$

ignorando la existencia del máximo M para P, que solo se aplica a salarios que al retiro sean de $48.000 al año o mayores, y que son una pequeña minoría.

La probabilidad conjunta de sobrevivir hasta la edad jubilable y de permanecer empleado es

$$(1-p)^n\, l_x / l_y \;;$$

y siendo e(x) la vida media a la edad de retiro x, la reserva R para cada persona debe ser

$$R(1+r)^n = P(1-p)^n\, a(e,r)\, l_x / l_y$$

y el monto total de tales reservas vale

$$\sum_{1}^{N} P \left(\frac{1-p}{1+r}\right)^n a(e,r)\; l_{y+n} / l_y$$

siendo N el número total de personas cubiertas. Clasificado y ordenado el personal en sentido creciente de n, la expresión anterior puede ponerse

$$(4.1) \qquad \sum_{n} \left(\frac{1-p}{1+r}\right)^n \left[\sum_{y} S.\, a(e,r).\, l_{y+n} / l_y \right]$$

Por razones de simplificación que resultan posteriormente en el cálculo numérico, conviene partir la sumación respecto a n que aparece en (4.1) en dos partes: una para $n \leqslant 20$ años y la otra para $n > 20$ años. En el primer caso, las edades actuales de todo el personal

son $y \geqslant X - 20$ (años), de manera que la parte correspondiente en la sumación es

$$(4.2) \quad R_1 = 0.75 \sum_{n=o}^{20} h^n \sum_{y=X-20}^{w} S.\ a(e,r)\ l_{y+n}/l_y$$

recordando la (4.0) y poniendo $h = h(s,p,r) = (1+s)(1-p)/(1+r)$. Con frecuencia h es un número ligeramente menor que 1.

La segunda parte de la sumación es para $n > 20$, y se considerará más adelante.

La primera parte (4.2) es, desde luego la más importante, aunque generalmente cubre una porción menor del personal ocupado por las empresas. Se trata del grupo más antiguo y de más edad, más estable, con mayor salario promedio y que casi siempre devenga la mayor parte de la nómina. La mayor responsabilidad financiera de la empresa es con este personal, mientras que el resto ($n > 20$) está en situación ya muy aleatoria respecto a una jubilación futura remota. Teniendo en cuenta estas consideraciones, y en vista del voluminoso trabajo numérico que implica la evaluación de estas fórmulas, puede ser aconsejable limitar los cómputos a la fórmula (4.2) para $n \leqslant 20$, y establecer una acotación superior para el resto del personal, que formaría el segundo término de la sumación total.

Empíricamente, después de hechos los cálculos, se ha encontrado que el monto de la suma (4.2) presenta una estrecha correlación proporcional con la suma de salarios del personal que cubre ($\sum_{n=o}^{20} S$), y que depende también muy estrechamente pero en sentido decreciente del tipo de interés r que se admita para capitalizar los fondos. Entre r = 5% y r = 11% se ha podido establecer que dicha correlación adopta la forma exponencial negativa

$$R_1 = 3.003 \times 10^{-1.840\,(r-0.07)} \sum_{n=o}^{20} S\ .(r=5\%....11\%)$$

Esta fórmula indica que la reserva actuarial para este grupo asciende a un equivalente entre 1 y medio y 4 y medio años de salarios, a los niveles actuales.

La reserva R_2, correspondiente al personal reciente y joven, es la segunda parte de la sumación (4.1), en la cual la variable n es superior a 20 años, llegando hasta 40 años, que es el valor máximo que podría tener (para empleados que ingresaron con 15 de edad). Todo este personal se jubilaría al cumplir la edad X, a la cual la vida media probable es E (=20.77 años a los 50 de edad, para mujeres; y 16.86 años a los 55, en hombres) * .Además, si los salarios aumentan siquiera al 10% anual ($s \geqslant 0.10$) todos los que hoy no sean menores

(*) Ver Tabla Colombiana de Mortalidad, 1.957.

a $600 mensuales, dentro de 20 o más años, cuando se jubilen estarían al nivel de $4.000 o más por mes, y la pensión de jubilación será M. Si el número de personas en estas condiciones es N_2, la reserva actuarial en la fecha sería pues

$$M \sum_{n=20}^{35} \left(\frac{1-p}{1+s}\right)^n a(E,r) \sum_{y=o}^{x-20} l_x / l_y \leqslant M\, a(E,r) N_2 (l_x / l_{x-20}) \sum_{20}^{35} \left(\frac{1-p}{1+s}\right)^n$$

de manera que la reserva necesaria per cápita es inferior a

$$M\, a(e,r)(l_x / l_{x-20})(1-p)^{20}(1+s)/(1+s)^{20}(s+p)$$

por ser $q^{16} \ll 1$, prácticamente depreciable. Para hombres, con r = 10% de interés, con aumentos futuros de salarios al 10% cada año (s = 0.10), y en una empresa con tasas de retiro del 10% o más al año ($p \geqslant 0.10$), la reserva per cápita es menor que

$$\$36 \times 10^3 \times a(17, 0.10)\ (l_{55}/l_{35})\,(0.9/1.1)^{20} \times 1.1/0.2 =$$

$$\$36 \times 10^3 \times 8.0215 \times (70360/81799) \times 0.818^{20} \times 5.5 = \$24.200$$

Un cálculo similar permite ver que la reserva para mujeres es menor que $25.000 por cada una, a más de 20 años de jubilarse. Naturalmente, se trata aquí de cotas superiores para este estimativo, cuyos promedios per cápita en la realidad son mucho menores.

5.- Apropiación periódica. En vez de constituir en la fecha el fondo de reserva para cubrir las jubilaciones futuras del personal en servicio, puede recurrirse a la medida alternativa de formarlo en el transcurso de tiempo, mediante apropiaciones periódicas cuya cuantía es proporcional a la de los salarios.

Si para cada empleado se apropia una proporción f de su salario S_k en el año k ésimo a partir de la fecha hasta que se jubile, formando un fondo que recibe intereses del 100r por ciento anual, se acumulará una suma igual a

$$f \sum_{k=1}^{n} S_k\ (1 + r)^{n-k}$$

y su reserva necesaria para jubilarlo, a la edad x = n+y, cuando sobrevivirá e (x) años más, en promedio, es

$$P\ a\,(e,r)$$

Siendo q(n) la probabilidad de permanecer n años en la empresa, el balance financiero se expresa para cada persona en la forma

$$(5.1) \qquad f \sum_{k=1}^{n} S_k (1+r)^{n-k} = P\, a(e,r)\, g(n)\, l_x / l_y$$

Admitiendo el crecimiento de salarios a la tasa de 100 s por ciento anual, es $S_k = S\,(1+s)^k$ en donde S es el salario actual de cada uno, y la suma de la izquierda en (5.1) es

$$S \sum_{k=1}^{n} (1+s)^k (1+r)^{n-k} = S \; \frac{(1+s)^n - (1+r)^n}{s-r}$$

Por otra parte, habiendo admitido que g(t) es de la forma $(1-p)^t$, al sumar la igualdad (5.1) para todo el personal, y despejando f, se tiene

$$(5.2) \quad f = 0.75\,(s-r) \; \frac{\sum S\,(1+s)^n (1-p)^n\, a(e,r)\, l_x / l_y}{\sum S \left[(1+s)^n - (1+r)^n\right]}$$

en donde la suma se extiende a la totalidad del personal o solo a una parte debidamente delimitada.

También en este caso conviene clasificar el personal por el número n de años que le falta para jubilarse. No es difícil además demostrar que, si el límite superior de la sumación es m = max n, f es función decreciente de m. En tal virtud, al suspender la sumación en cualquier valor de n que deje por fuera alguna parte del personal se comete una sobreestimación de f, tanto menos seria cuanto más se haya avanzado en n. La experiencia ha demostrado que al suspender la agregación al llegar a n =20, y omitir el personal que está a más de 20 años para jubilarse, el error absoluto (por exceso) cometido al calcular f según (5.2), con n desde 1 hasta 20, es inferior a una unidad porcentual (1%) para todo r mayor de 6.5% anual, desde que se corrija debidamente en la relación que hay entre salarios del personal cubierto y nómina total. Es decir, que un estimador eficiente para la fracción f es la expresión

$$(5.3) \qquad f = 0.75\,(s-r) \; \frac{\sum_{n=0}^{20} S\,(1+s)^n (1+p)^n\, a(e,r)\, l_x / l_y}{\sum_{n=0}^{20} S\,(1+s)^n - (1+r)^n} \; \frac{L_{20}}{L}$$

en donde L_{20} indica la suma de salarios del personal con $n \leqslant 20$, y L la de todo el personal empleado (con $n \gtrsim 20$).

El cómputo numérico realizado para varias empresas conduce a valores para f que están comprendidos entre 11.5% y algo más de 6% para valores del tipo de interés r comprendidos entre el

6% anual y el 10% anual. De hecho, el porcentaje de salarios que debe apropparse al fondo (100 f por ciento), calculado según este procedimiento, exhibe una estrecha correlación con r, cuyo ajuste puede representarse por la fórmula empírica,

$$f = 9.5\,(0.07/r)^{1.16} \quad \text{por ciento}$$

La fórmula indica que a los tipos usuales de interés para estas reservas (de 6 a 10%), debería apropiarse al fondo de jubilaciones, y en forma periódica, una suma equivalente a un porcentaje entre 11% y el 6.2% de los salarios totales de la empresa.

Ver gráficas en páginas 14 y 15

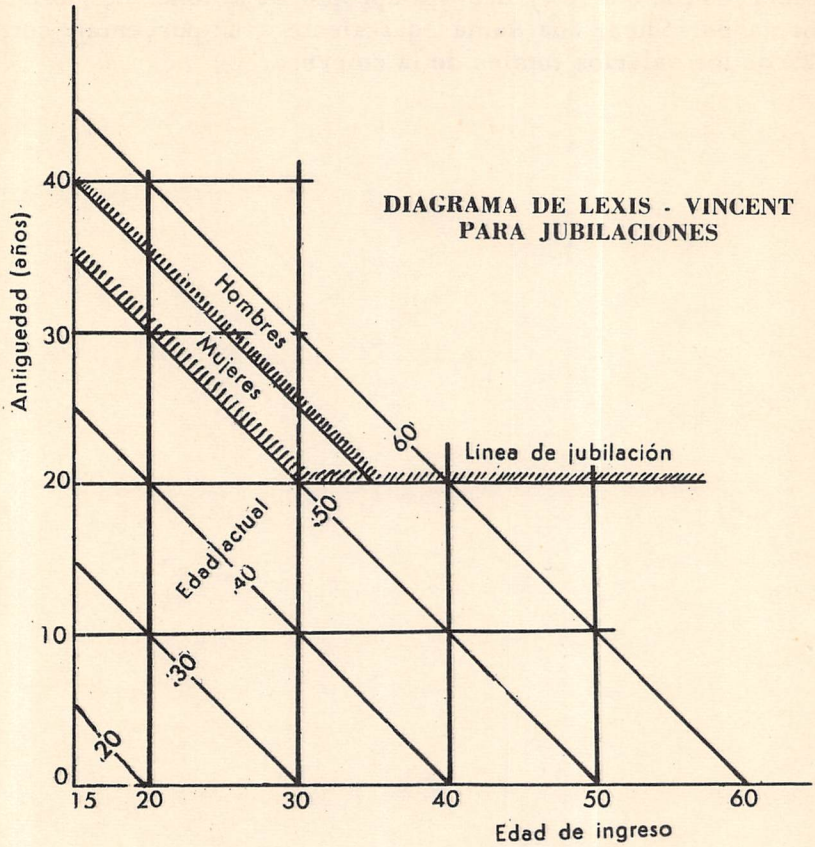
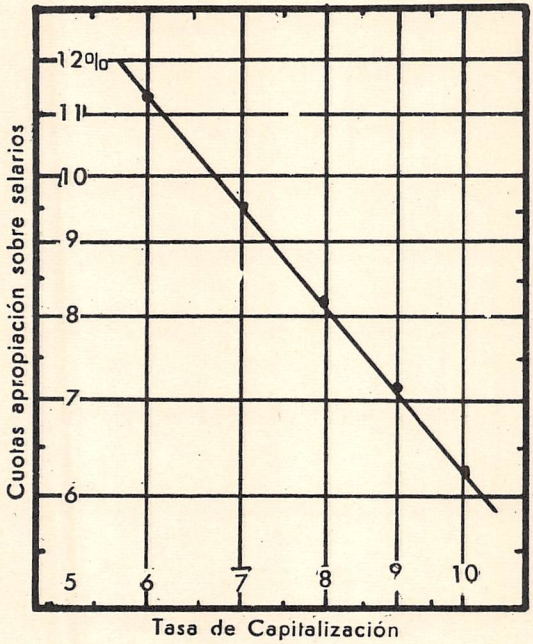


DIAGRAMA DE LEXIS - VINCENT
PARA JUBILACIONES
Antiguedad (años)
Edad de ingreso
Hombres
Mujeres
Linea de jubilación
Edad actual
20
30
40
50
60
0
10
15


12%
11
10
9
8
7
6
5
6
7
8
9
10
Cuotas apropiación sobre salarios
Tasa de Capitalización

BIBLIOTECA ANDI
MEDELLIN - COLOMBIA
1965

LITOGRAFICAS MEDELLIN
Litomed